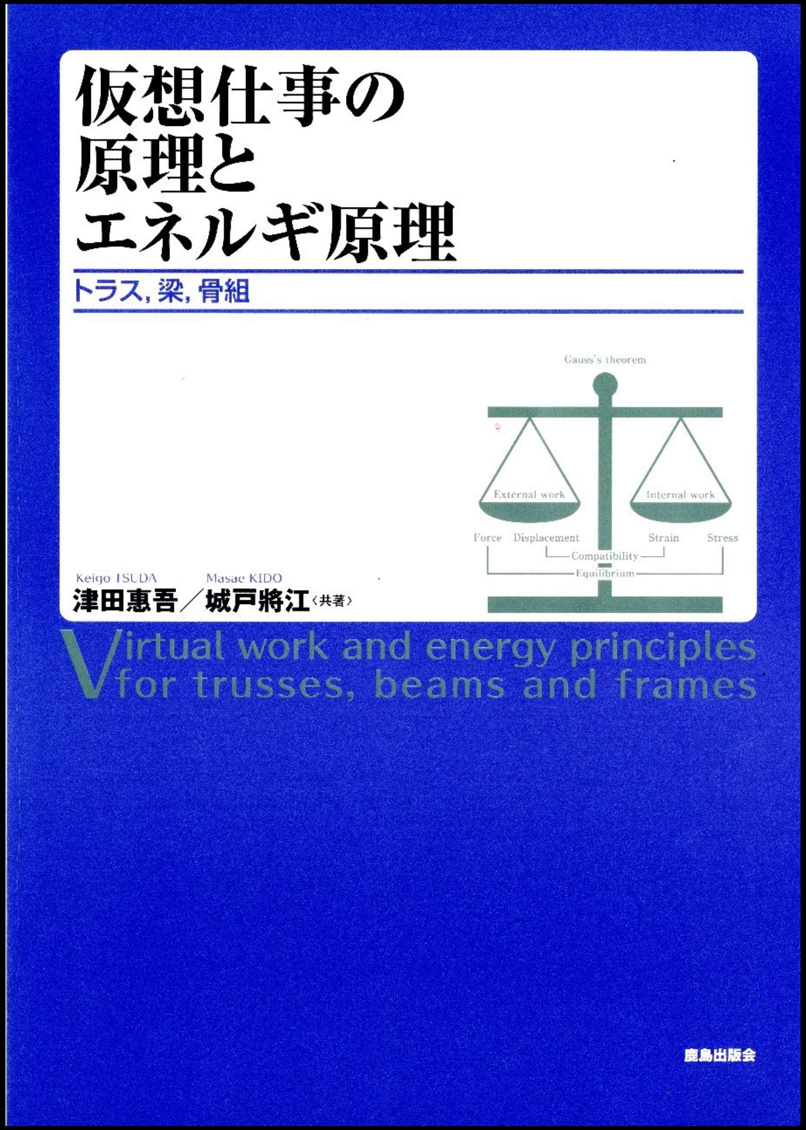
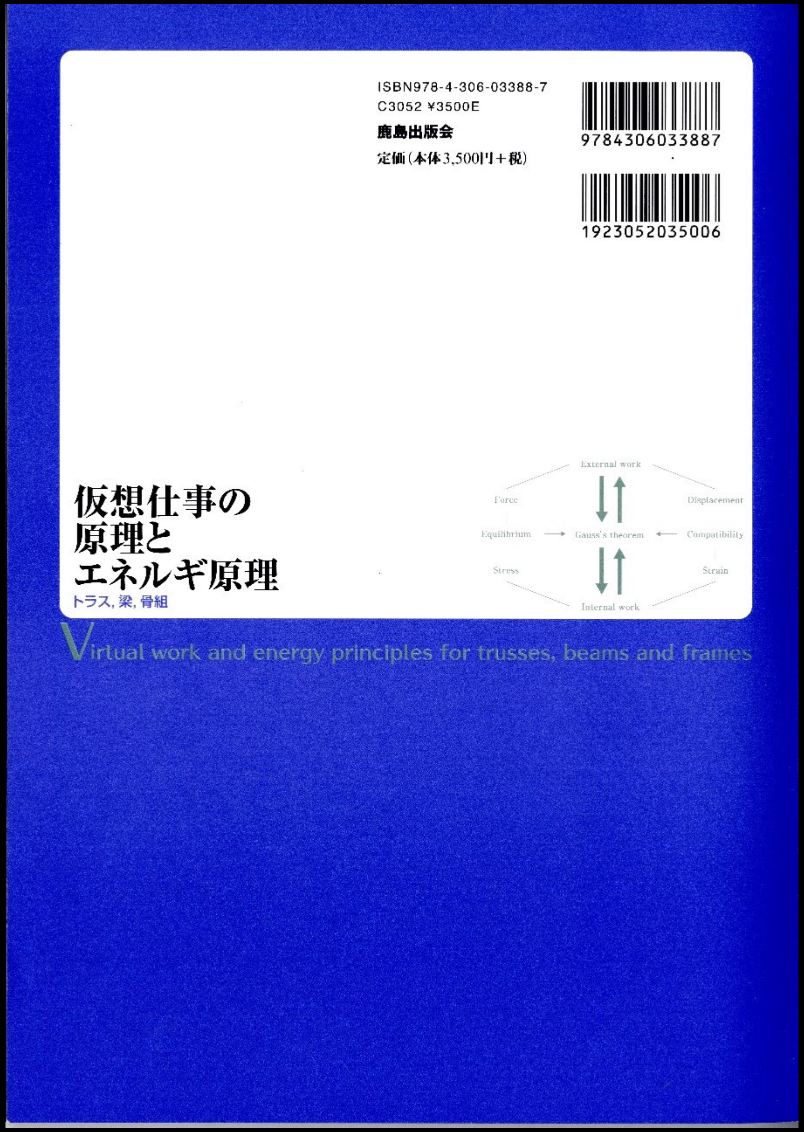
仮想仕事の原理

⑤ 単位仮想荷重法

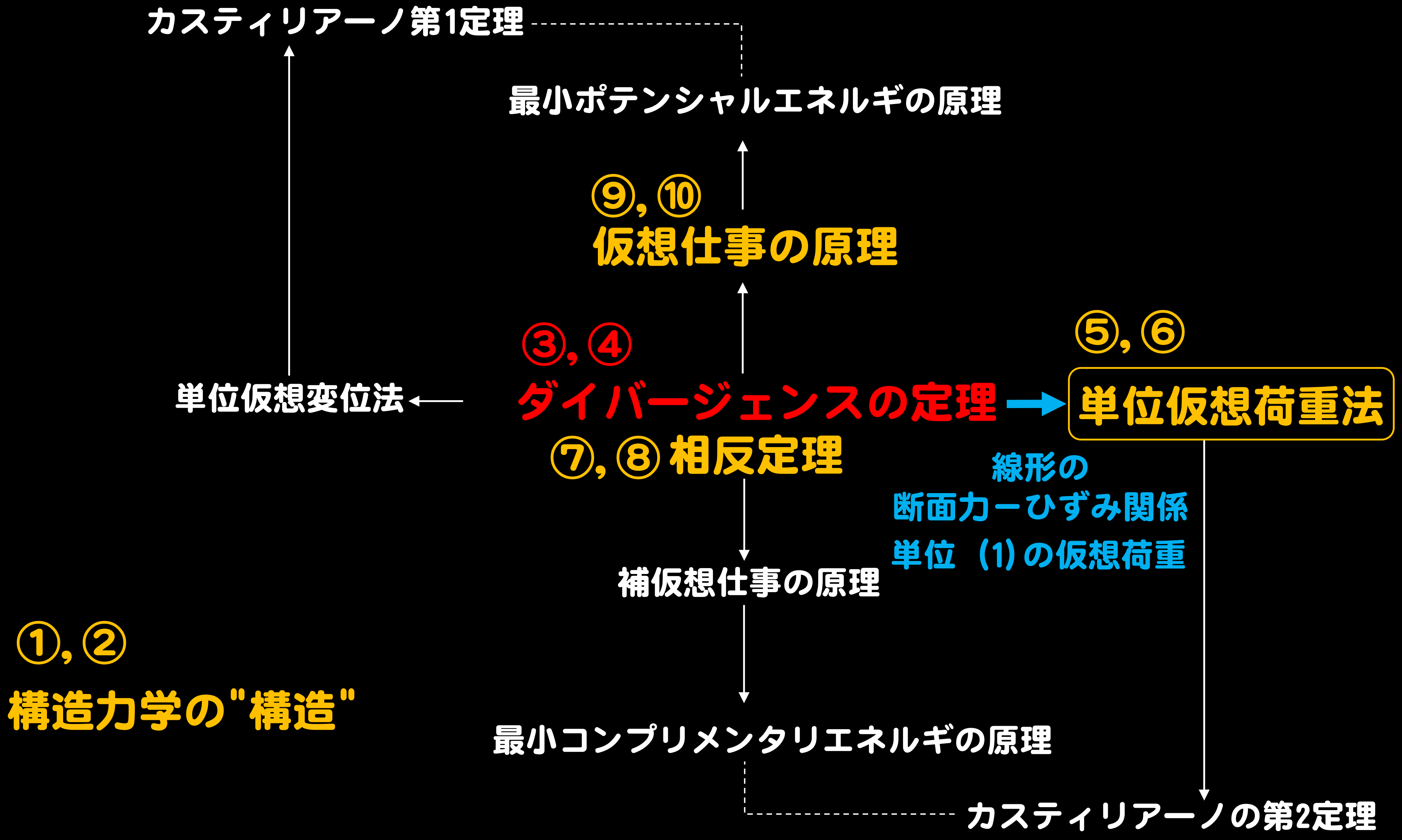
城戸將江・津田惠吾 2021.04

仮想仕事の原理とエネルギ原理 トラス，梁，骨組
鹿島出版会 2019年9月

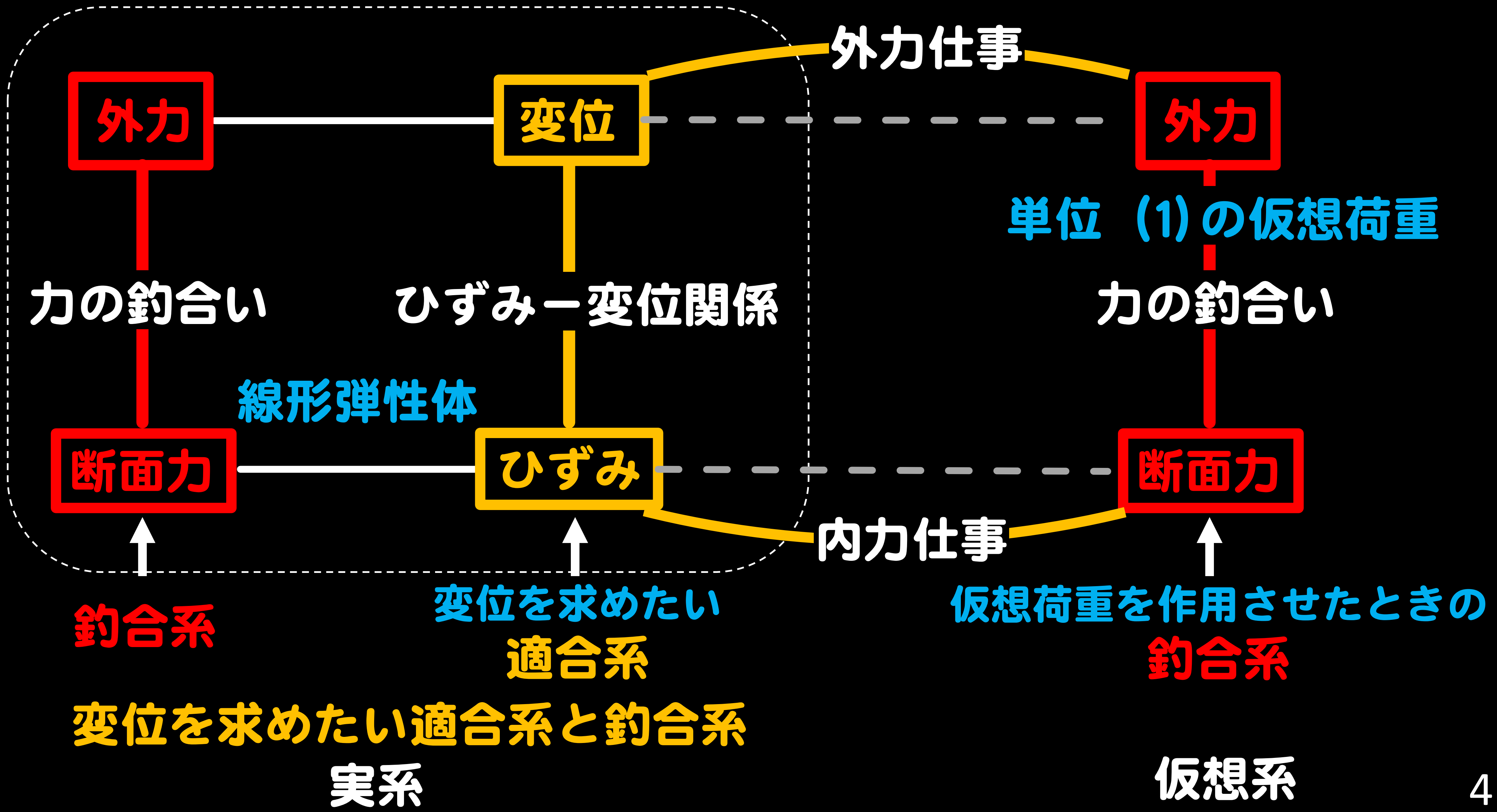




仕事の原理・エネルギ原理の概観



ダイバージェンスの定理と単位仮想荷重法



単位仮想荷重法

ダイバージェンスの定理

外力のなす仮想仕事　内力のなす仮想仕事

$$Q_A^* \cdot v_A + M_A^* \cdot \theta_A + Q_B^* \cdot v_B + M_B^* \cdot \theta_B + \int_0^l w^*(x)v(x)dx = \int_0^l M^*(x)\cdot\phi(x)dx$$

釣合系のとして，単位(1)の仮想荷重を与える

適合系は変位を求めたい変位とひずみの適合系

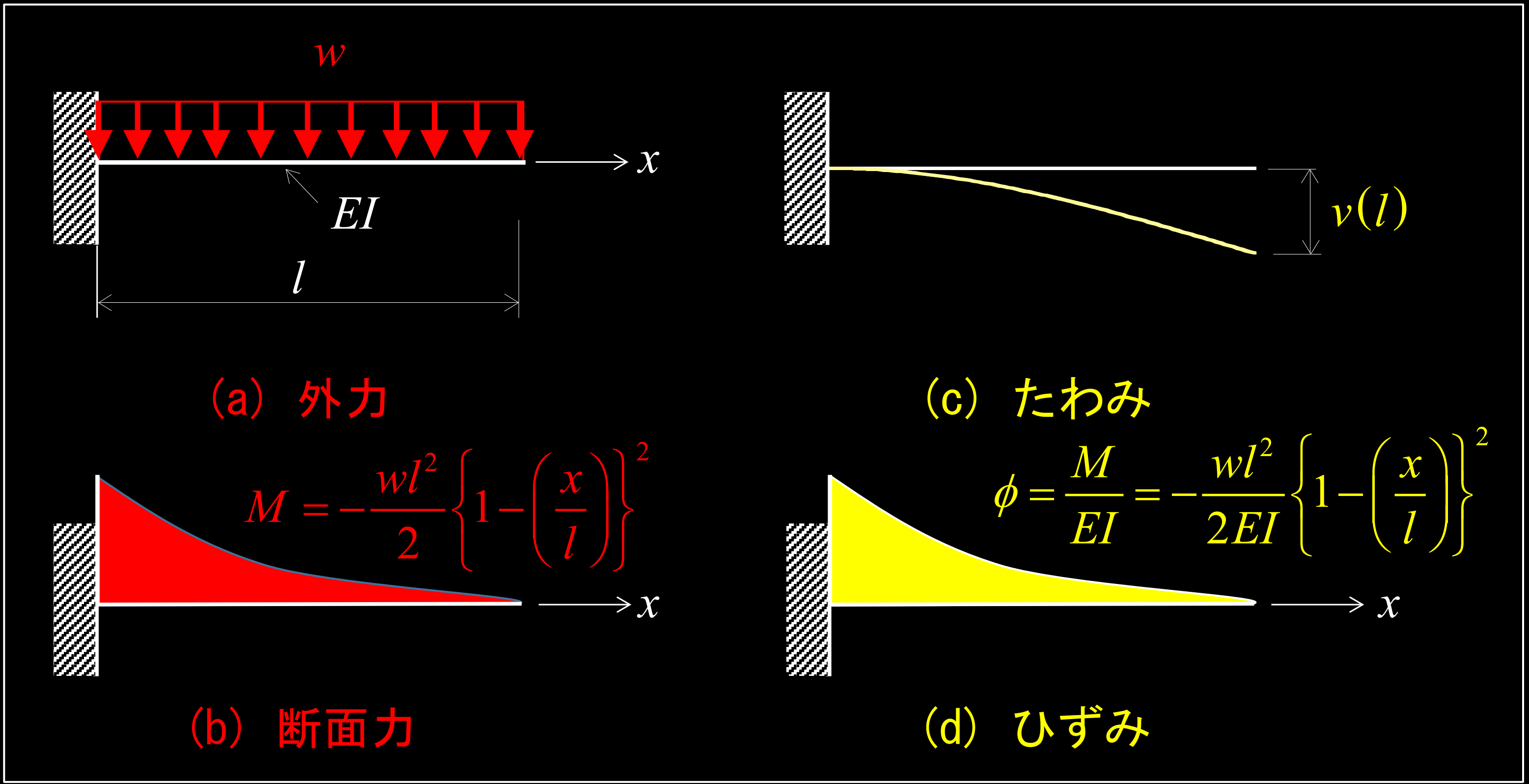
線形弾性体

$$\phi(x) = \frac{M(x)}{EI}$$

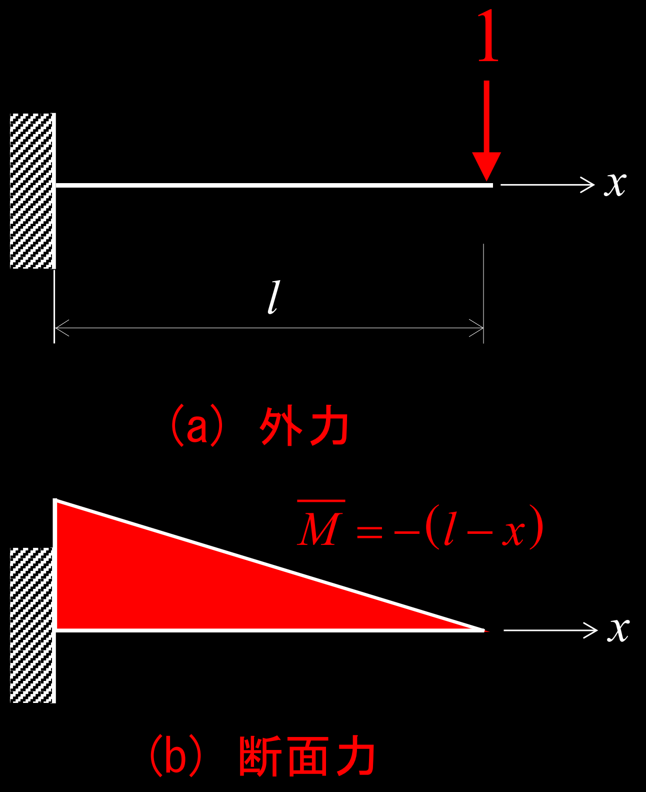
$$1\cdot v_P = \int_0^l M^*(x)\cdot\phi(x)dx = \int_0^l \overline{M}(x)\cdot\frac{M(x)}{EI}dx$$

釣合系の外力　適合系のたわみ　釣合系の断面力　適合系のひずみ

具体的例1　等分布荷重を受ける片持ち梁のたわみ



適合系

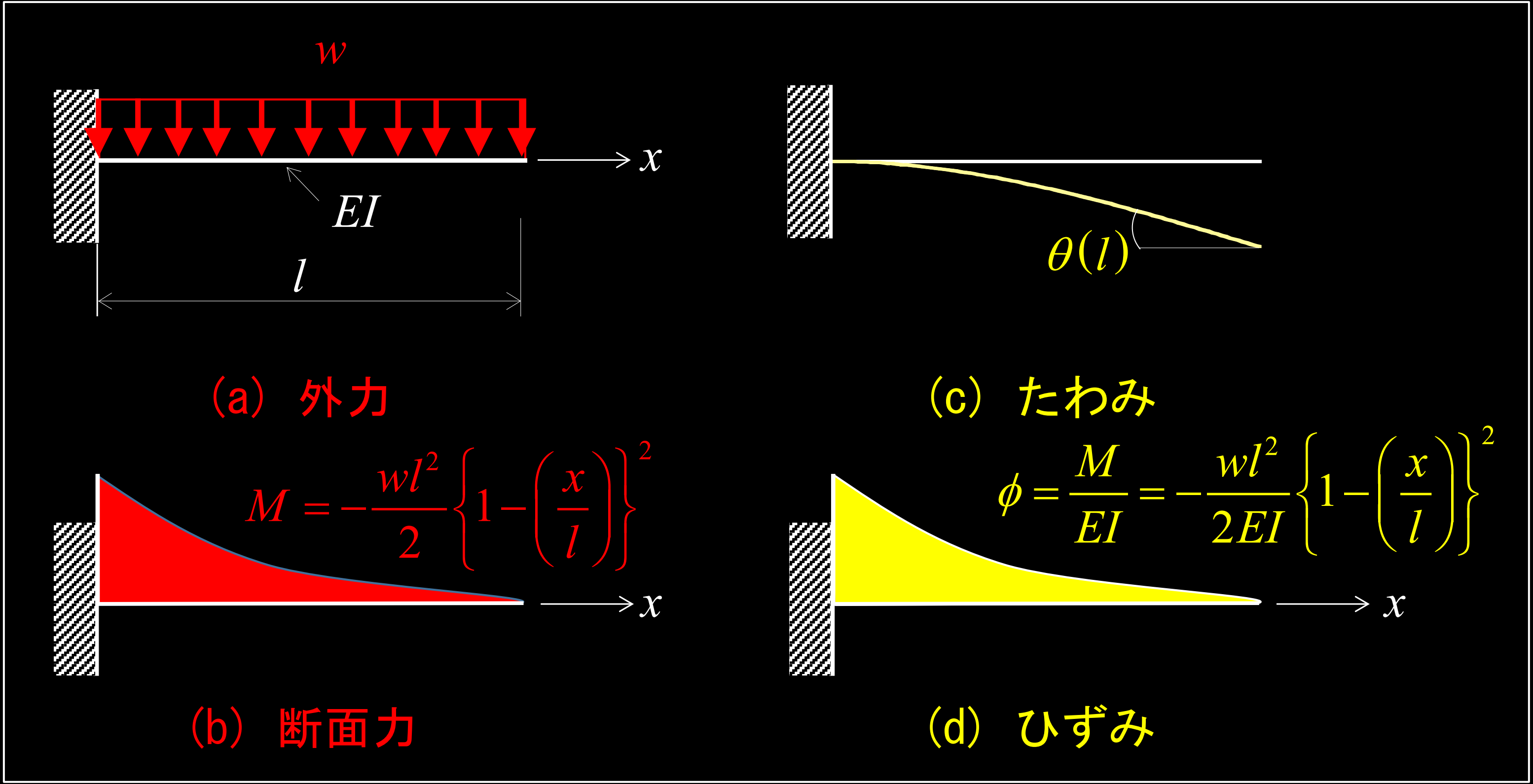


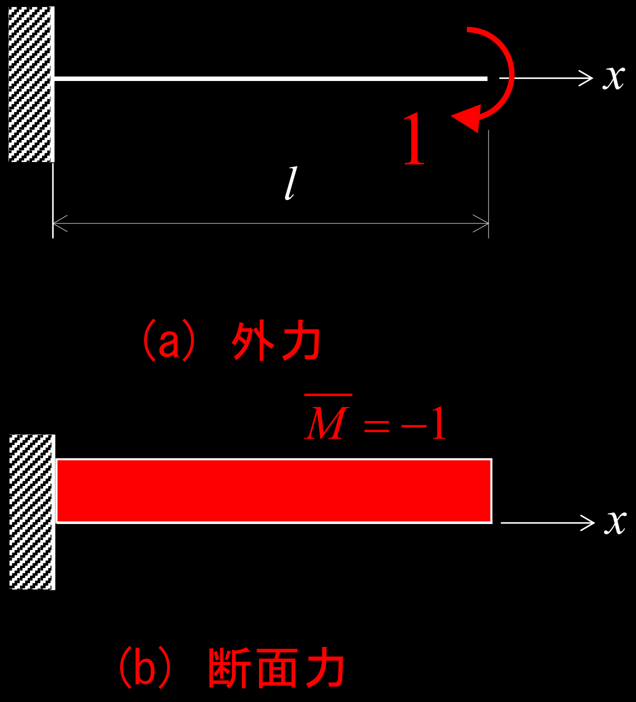
釣合系

ダイバージェンスの定理式

$$1\cdot v(l)=\int_0^l \overline{M}\cdot\phi dx=\int_0^l\{-(l-x)\}\cdot\left[-\frac{wl^2}{2EI}\left\{1-\left(\frac{x}{l}\right)\right\}^2\right]dx=\frac{wl^4}{8EI}$$

具体的例2　等分布荷重を受ける片持ち梁のたわみ角



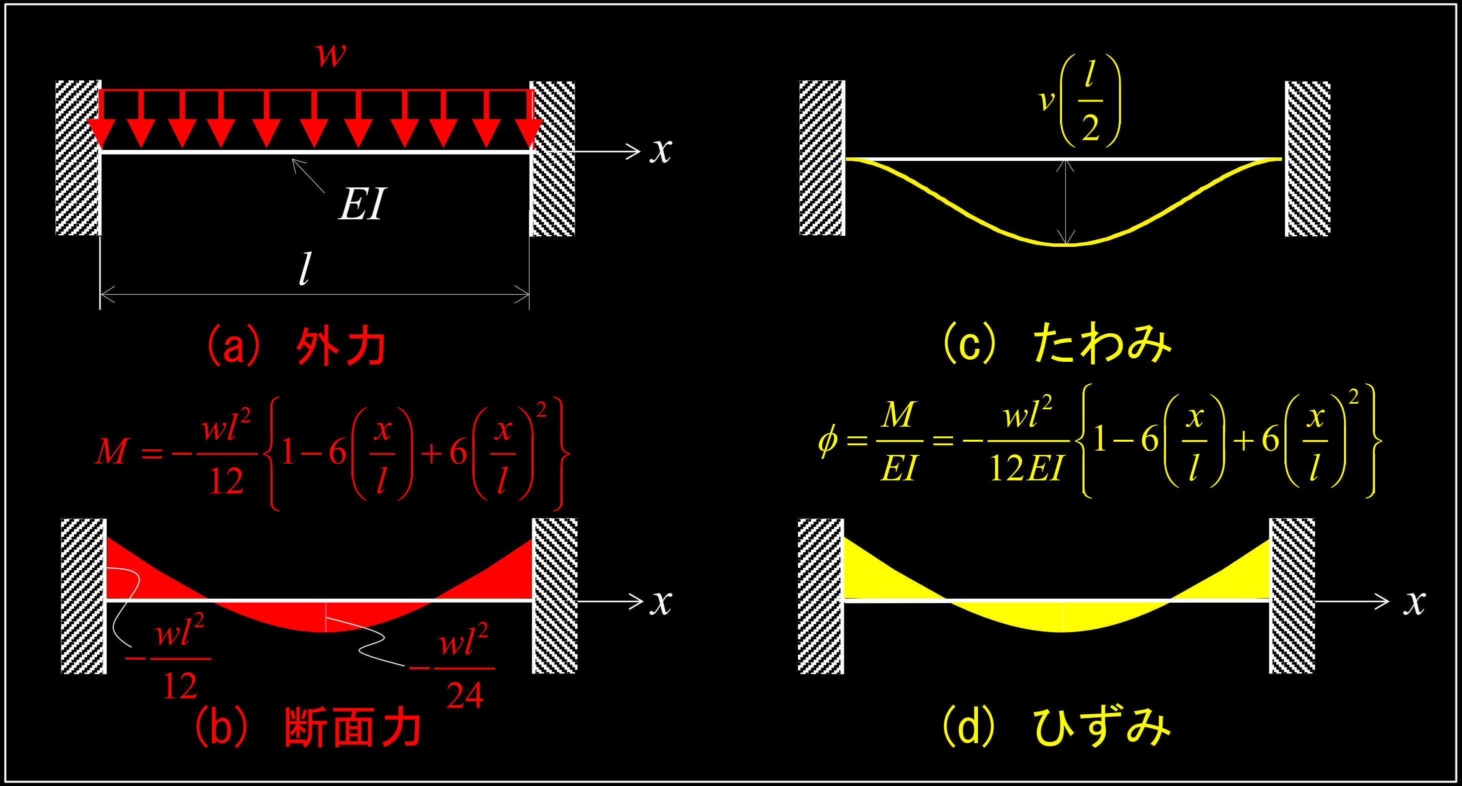


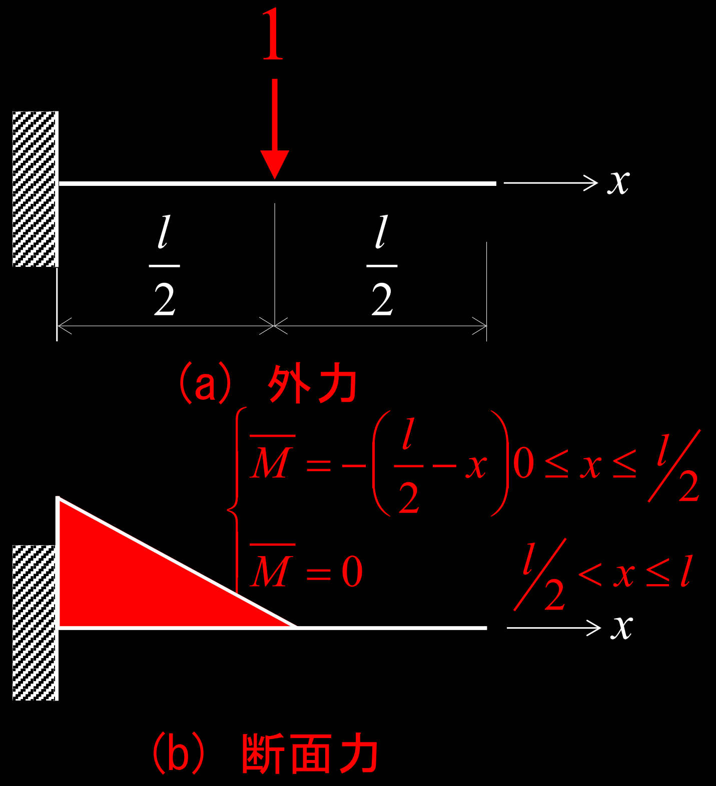
適合系　釣合系

ダイバージェンスの定理式

$$1\cdot\theta(l)=\int_0^l\overline{M}\cdot\phi dx=\int_0^l(-1)\cdot\left[-\frac{wl^2}{2EI}\left\{1-\left(\frac{x}{l}\right)\right\}^2\right]dx=\frac{wl^3}{6EI}$$

具体例3　固定ばりのたわみの適合系，片持ちばりの釣合系





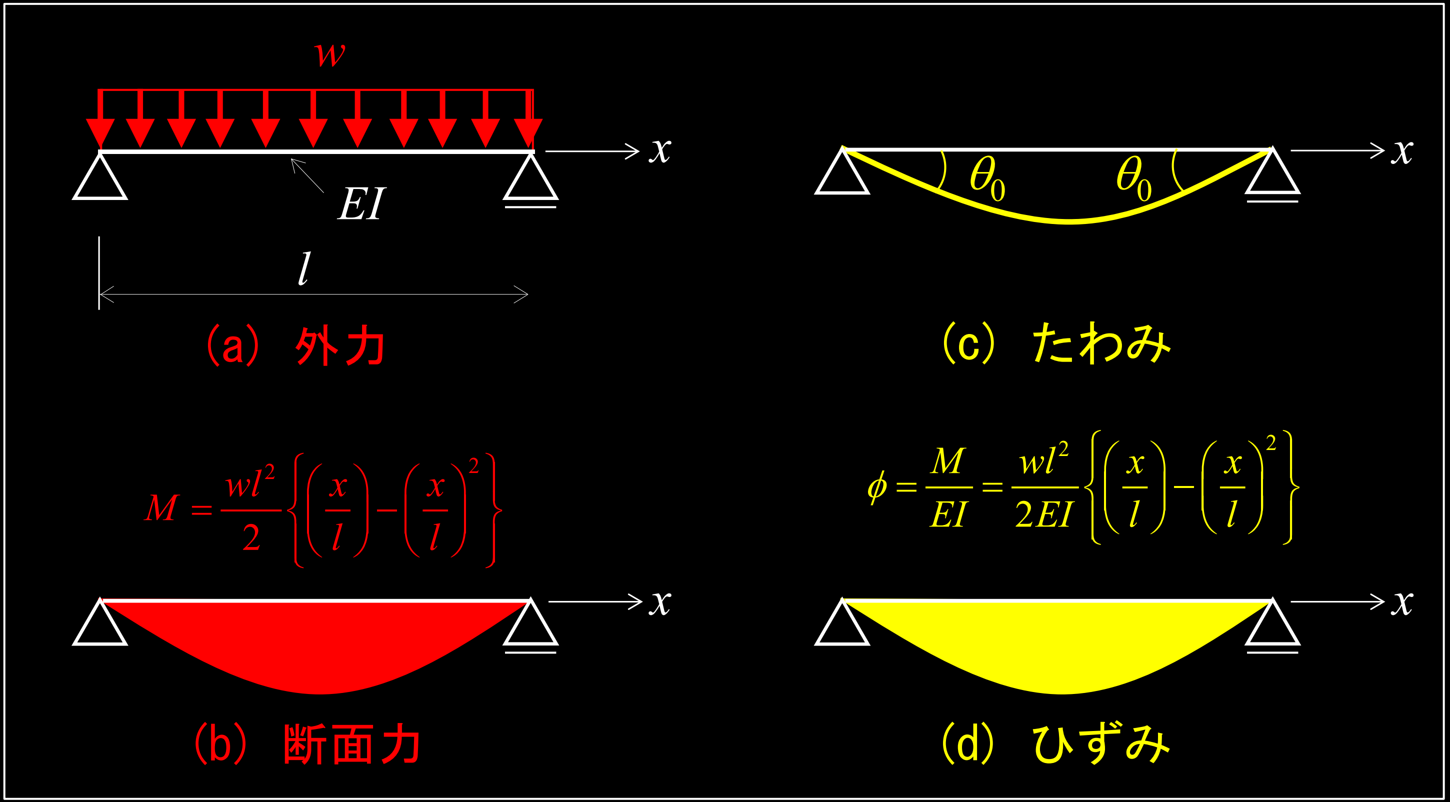
適合系　　釣合系

ダイバージェンスの定理式

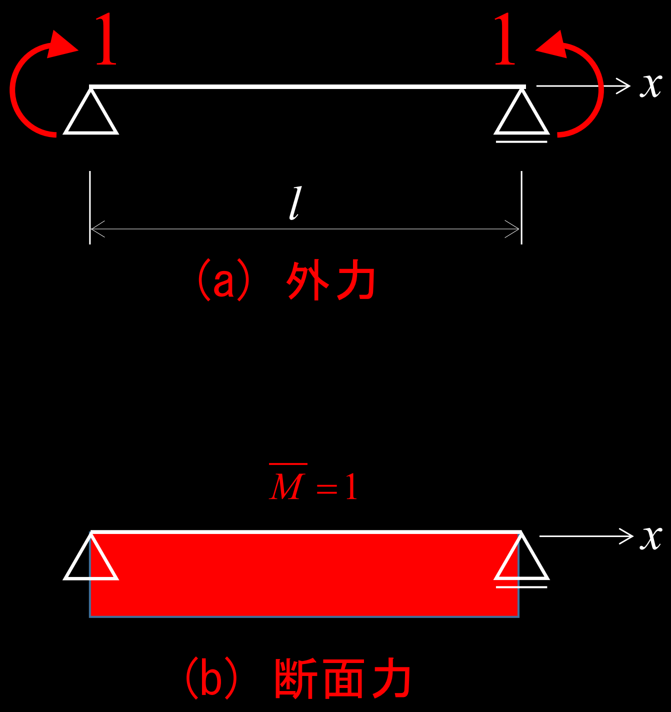
$$1\cdot v\left(\frac{l}{2}\right)=\int_0^l \overline{M}\cdot\phi dx=\int_0^{\frac{l}{2}}\left\{-\left(\frac{l}{2}-x\right)\right\}\cdot\left[-\frac{wl^2}{12EI}\left\{1-6\left(\frac{x}{l}\right)+6\left(\frac{x}{l}\right)^2\right\}\right]dx=\frac{wl^4}{384EI}$$

具体的例4

対称な変形をする適合系と二つの単位荷重をかけた釣合系



適合系



釣合系

ダイバージェンスの定理式

$$1\cdot\theta_0\times 2=\int_0^l \overline{M}\cdot\phi\, dx=\int_0^l 1\cdot\left[\frac{wl^2}{2EI}\left\{\left(\frac{x}{l}\right)-\left(\frac{x}{l}\right)^2\right\}\right]dx=\frac{wl^3}{12EI}\rightarrow\theta_0=\frac{wl^3}{24EI}$$

まとめ 1

1）ダイバージェンスの定理で，線形の
の断面力ーひずみ関係を与える

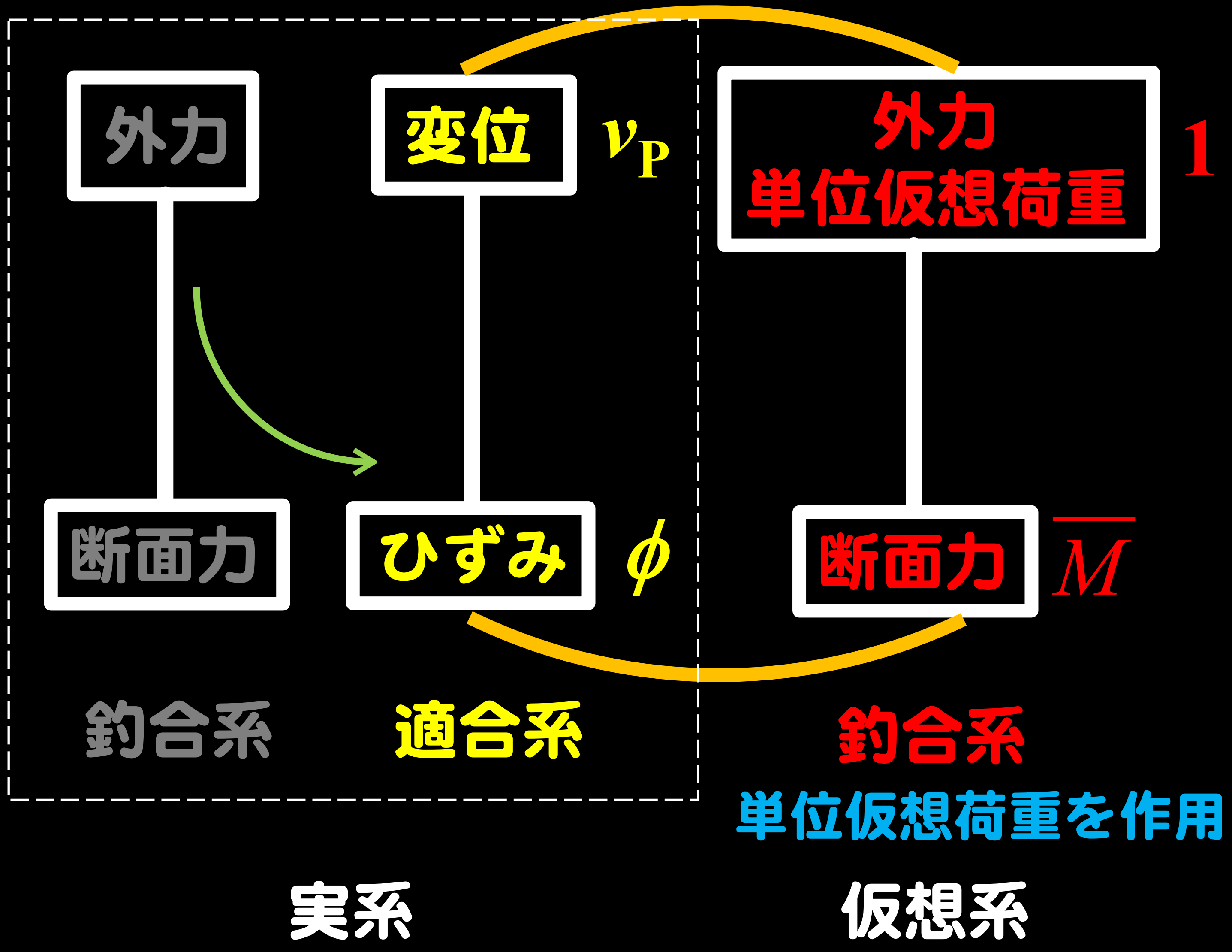
2）釣合系　←　単位1の外力を作用

3）適合系　←　実際の外力による変位

4）変位（たわみ角）を求めたい点に求めたい方向に単位1
の力（モーメント）を作用させ，ダイバージェンスの
定理式を記述する

5）基本は，単位仮想荷重を作用させる釣合系の幾何学的
境界条件は，適合系の幾何学的境界条件と同じにする

まとめ 2



$$1 \cdot v_p = \int_l \overline{M} \cdot \phi dx = \int_l \overline{M} \cdot \frac{M}{EI} dx$$

ポイント・注意

1) 釣合系と適合系の幾何学的境界条件
は異なっても良い場合がある.

計算が簡単となる場合がある.

2) 上記の場合は反力のなす仕事が0の時.

次の解説について

単位仮想荷重法を用いた例題を

⑥ 単位仮想荷重法 例題

で解説します．

質問・要望・意見

よりわかりやすく，役に立つ内容にしたいと考えています．

質問，要望，意見などを，どうぞ宜しくお願い致します．

質問等の送付先は，ホームページに示しています．

2021年4月版